

18/6/2026

עבודת קיץ במתמטיקה לתלמידים העולים לכיתה י"א 5 יח"ל - לקראת שאלון 571

תלמידים יקרים, צוות המורים למתמטיקה מברך אתכם עם סיום שנת הלימודים ומאחל לכם חופשה

נעימה 😊

מנסיוננו, חודשי החופשה עלולים "להשכיח" נושאים מחומר הלימוד, ולכן אספנו עבורכם תרגילים המסכמים את הנלמד השנה וחשובים על מנת להכין אתכם ל"א 5 יח"ל.

אנו ממליצים לתכנן מראש את הימים בהם תפתרו את עבודת החופש כך שבכל שבוע תפתרו מספר תרגילים מנושאים שונים ותשמרו על הידע והזיכרון. לא מומלץ לפתור את כל העבודה בתחילת או בסוף החופשה.

הנחיות חשובות לגבי העבודה ומבחן תחילת שנה :

1. העבודה כוללת 40 תרגילים חובה + 40 תרגילים נוספים המומלצים כהיערכות למבחן.
2. את העבודה יש להגיש בשיעור הראשון של שנת הלימודים הבאה באופן הבא בלבד :
✓ הגשה בשמרדף, כאשר כל פרק משודך בנפרד.
✓ הגשה בגוגל קלאסרום – כאשר כל פרק סרוק כקובץ PDF אחד.
3. התשובות בגיאומטריה וטריגונומטריה יכללו שרטוט.
4. בתחילת י"א יתקיים מבחן הכולל את הנושאים המופיעים בעבודת הקיץ.

בסוף העבודה מופיעות תשובות סופיות.



צוות מתמטיקה

3	מבנה העבודה.....
3	1. תרגילי חובה להגשה :
3	2. תרגול נוסף מומלץ לקראת מבחן תחילת השנה:
4	חלק א' – חשבון דיפרנציאלי.....
11	חלק ב' – גיאומטריה ללא מעגל.....
15	חלק ג' – גיאומטריה עם מעגל.....
18	חלק ד' – טריגונומטריה.....
21	תשובות סופיות.....
21	תשובות חלק א' – חשבון דיפרנציאלי.....
24	תשובות חלק ב' – גיאומטריה ללא מעגל.....
26	תשובות חלק ג' – גיאומטריה עם מעגל.....
28	תשובות חלק ד' – טריגונומטריה.....
30	מקורות העבודה:

מבנה העבודה

1. תרגילי חובה להגשה :

תרגילי החובה מופיעים בקובץ הזה, לפי הפירוט המצורף :

מספר שאלות	נושא	תחום
15	פולינום, שורש ומנה	חשבון דיפרנציאלי
8	ללא מעגל	גיאומטריה
7	עם מעגל	גיאומטריה
10	במשולש ישר זווית + בעיות עם שטחים	טריגונומטריה
40		סה"כ

2. תרגול נוסף מומלץ לקראת מבחן תחילת השנה :

[התרגול מתוך חוברת יואל גבע – המצורפת בקישור זה.](#)

עמודים	תרגילים מומלצים	תחום
20-22	1,2,3,4,6,9,11,12,13,14	חשבון דיפרנציאלי-מנה
26-28	3,4,5,6,7,8,9,10,12,13	חשבון דיפרנציאלי-שורש
2-6	5,6,8,9,15,17,19,21,23,25	גיאומטריה
7-8	1,2,3,4,5,6,7,8,9	טריגונומטריה
40		סה"כ תרגילים

חלק א' – חשבון דיפרנציאלי

1. נתונה הפונקציה $f(x) = (x - 2) \cdot (x + 2)^3$.
 - א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.
 - ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה פונקציה חדשה $h(x) = p \cdot f(x)$, כאשר p הוא פרמטר.

 - ה. ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $h(x)$ בנקודה שבה $x = 0$ הוא 32.
 - (1) מצאו את ערך הפרמטר p .
 - (2) עבור ערך p שמצאתם, מצאו את נק' החיתוך של הפונקציה $h(x)$ עם ציר ה- y .
 - (3) מצאו את המרחק בין נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ לבין נקודת המקסימום של הפונקציה $h(x)$.
2. נתונה הפונקציה $f(x) = x(x - a)^3$, כאשר a הוא פרמטר. נתון שהנקודה $(5, 5)$ נמצאת על הפונקציה.
 - א. מצאו את a .

הציבו את a שמצאתם בסעיף קודם וענו על הסעיפים הבאים.

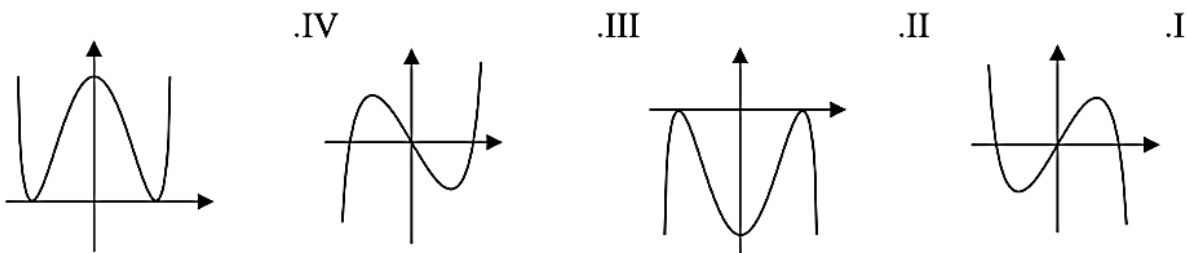
 - ב. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - ג. מצאו את שתי הנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת.
 - ד. מבין הנקודות שמצאתם בסעיף קודם קבעו מי נקודת קיצון וסווגו אותה.
 - ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ו. מגדירים פונקציה חדשה $g(x) = -f(x)$.
 - (1) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 - (2) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
3. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 1)(49 - x^2)$ המוגדרת לכל x .
 - א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - ג. קבעו האם הפונקציה זוגית או אי זוגית.

נתונה הפונקציה $g(x) = 10x^2 + 95$ המוגדרת לכל x .

 - ד. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
 - ה. שרטטו באותה מערכת צירים את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
 - ו. נקודות המקסימום של הפונקציה $f(x)$ ונקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ יוצרים משולש. חשבו את שטחו.

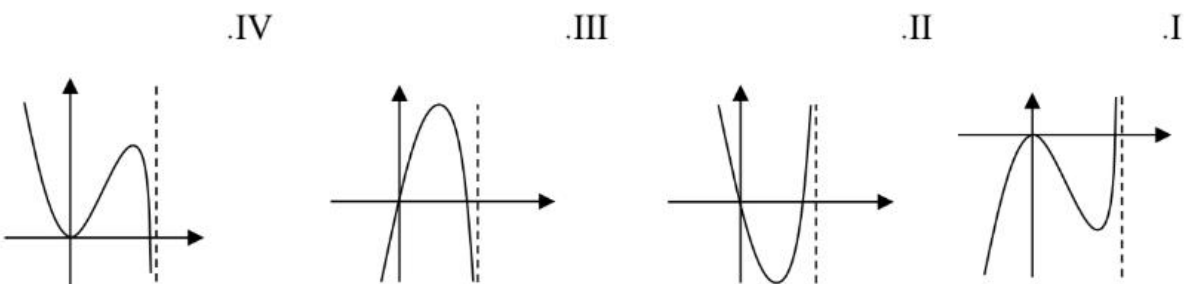
4. נתונה הפונקציה : $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{12 - 2x^2}$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- הראו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- אחד מהגרפים שלפניכם הוא גרף הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהגרפים הוא המתאים. נמקו.



5. אחת מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה : $f(x) = ax^2 \cdot \sqrt{b - x}$ היא $(4, 16)$.

- מצאו את a ו- b .
- עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את :
 - תחום ההגדרה.
 - שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 - שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
 - תחומי העלייה והירידה.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- אחד מהגרפים שלפניכם הוא גרף הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהגרפים הוא המתאים. נמקו.



6. המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x - a\sqrt{x+8}$ בנקודה בה $x = -4$ מאונך לישר $y + 2x = 0$.
א. מצאו את a .

ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
3. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
4. תחומי העלייה והירידה.
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) + m$. מצאו עבור אילו ערכי m יהיו לגרף הפונקציה $g(x)$ שתי נקודות חיתוך עם ציר ה- x .

7. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^3 + m)\sqrt{6x+1}$, כאשר m הוא פרמטר.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. ידוע כי גרף הפונקציה עובר בנקודה $(2,0)$. מצאו את m .
- ג. הראו כי $f'(x) = \frac{3(x-1)(7x^2+8x+8)}{\sqrt{6x+1}}$.
- הדרכה: פיתחו את הסוגריים והראו שהביטוי הרשום כאן זהה לנגזרת שלכם.

- ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.
- ה. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ו. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ז. האם קיים ערך של x עבורו המשיק לפונקציה מקביל לישר $y = 10$? נמקו.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 + b)\sqrt{a - x^2}$, כאשר a פרמטר חיובי ו- b פרמטר שלילי.

- א. קבעו האם הפונקציה $f(x)$ זוגית, אי-זוגית, או לא זוגית ולא אי-זוגית.
- ב. הביעו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ בעזרת a .
- ידוע כי תחום ההגדרה הוא $-6.5 \leq x \leq 6.5$, וכי גרף הפונקציה עובר בנקודה $(6, 31.25)$.
- ג. מצאו את הפרמטרים a, b .
- ד. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$, תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.
- ה. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ו. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה ברביע השלישי.
- ז. לפניכם ארבע טענות. עבור כל טענה הסבירו מדוע היא נכונה.
 - (1) ייתכן שמתקיים $f(x_A) + f(x_B) = 0$.
 - (2) הנגזרת בנקודה B היא בהכרח שלילית.
 - (3) המכפלה $f(x_B) \cdot x_B$ היא בהכרח חיובית.
 - (4) קיימת נקודה A ברביע הראשון עבורה המשיק לגרף הפונקציה מקביל לציר ה- x .

9. גרף הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x+m} - \sqrt{x} - 2$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(9,0)$.

א. מצאו את m .

ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה. 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

3. שיעורי נקודת הקיצון ואת סוגה. 4. תחומי העלייה והירידה.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x+t)$ שהגרף שלה עובר בראשית הצירים. מצאו את t .

10. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{36-x^2}{x^2+4}$

א. קבעו אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי זוגית. הסבירו.

ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.

2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

3. שיעורי נקודת הקיצון ואת סוגה.

4. תחומי העלייה והירידה.

5. האסימפטוטות המקבילות לצירים, אם יש כאלה.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$.

נתון שציר ה- x הוא האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$. מצאו את c .

$$11. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{3x^3 + 12 - x^2}{x^3} - 3$$

א. קבעו אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי זוגית. הסבירו.

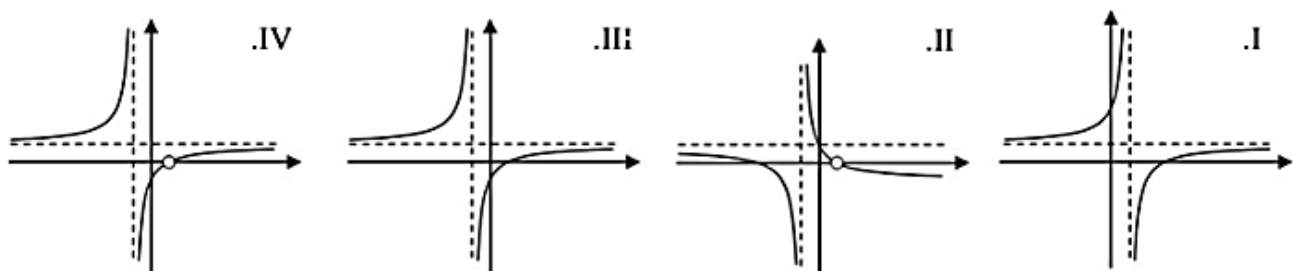
ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
3. שיעורי נקודות הקיצון וסוגן.
4. תחומי העלייה והירידה.
5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצאו לאילו ערכי k יהיו לישר $y = k$ שתי נקודות חיתוך עם הפונקציה.
- ה. נתונה הפונקציה החדשה: $g(x) = -f(x)$. מבלי לגזור את הפונקציה $g(x)$:
 1. שרטטו סקיצה של הפונקציה $g(x)$.
 2. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

$$12. \text{ א. נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2-1} \text{ עבור כל טענה, קבעו אם היא נכונה או שגויה. הסבירו:}$$

- i. תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא: $x \neq -1$ ו- $x \neq 1$.
- ii. לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות אי רציפות סליקה ("חור") עבור $x = -1$.
- iii. לפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון.
- iv. הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x בתחום: $x > -1$.
- v. הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x בתחום: $x < -1$.
- vi. הישר $x = 1$ הוא אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה $f(x)$.
- vii. הישר $y = 1$ הוא אסימפטוטה אופקית לגרף הפונקציה $f(x)$.

ב. קבעו איזה מהגרפים הבאים מתאר את הפונקציה $f(x)$:



ג. מצאו עבור אילו ערכי p , הישר $y = p$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.

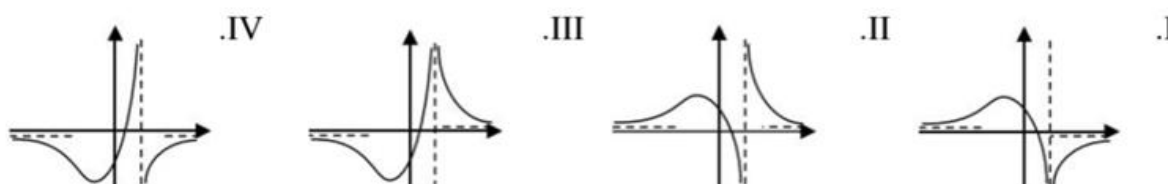
ד. מצאו עבור אילו ערכי t , הישר $x = t$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.

13. האסימפטוטות של הפונקציה: $f(x) = \frac{ax^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + b}$ נחתכות בנקודה (2,1).

א. מצאו את a ו-b.

ב. עבור הפונקציה f(x) מצאו את:

1. תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
3. שיעורי נקודת הקיצון ואת סוגה.
4. האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה f(x).
- ד. קבעו איזה מהגרפים הבאים עשוי להיות גרף פונקציית הנגזרת f'(x).



14. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^4}{x^4 - 2x^2 + 1}$

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
- ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ו. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם האסימפטוטה האופקית שלה. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.
- ז. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- ח. נתונה הפונקציה $g(x) = 2f(x) + c$. ידוע כי האסימפטוטה האופקית של g(x) היא y = 5 מצאו את הפרמטר c.
- ט. אחת מהאסימפטוטות האנכיות של h(x) היא x=0, מצאו את הפרמטר b.

15. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^4 + ax^2 + b}{x^5 - 4x^3}$ (פרמטרים a, b).

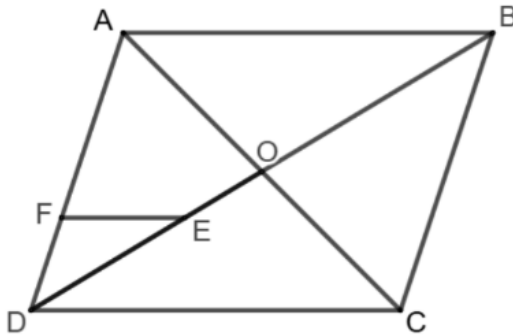
נתון כי לפונקציה ישנה שתי נקודות אי-רציפות סליקה, הפונקציה עוברת בנקודה $(1,0)$ ויש לה אסימפטוטה אנכית אחת בלבד.

- א. מצאו את הפרמטרים a, b .
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ג. מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- ד. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- ה. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.
- ו. שרטטו סקיצה של הפונקציה.
- ז. נתון הישר $y = k$, כאשר k הוא פרמטר.
 - (1) לאילו ערכי k לישר הנתון יש 2 נקודות מפגש עם הפונקציה $f(x)$?
 - (2) לאילו ערכי k לישר הנתון יש נקודת מפגש אחת בלבד עם הפונקציה $f(x)$?
 - (3) נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$, מצאו לאילו ערכי k יש למשוואה $g(x) = k$ בדיוק 4 פתרונות.

חלק ב' – גיאומטריה ללא מעגל

1.

המרובע $ABCD$ הוא מקבילית שאלכסוניה נפגשים בנקודה O .
הנקודה E נמצאת על הקטע DO .
נתון כי $DE = 2EO$.



א. מצאו את היחס $\frac{DE}{BE}$.

מהנקודה E העבירו מקביל ל- AB החותך את AD בנקודה F .
ב. מצאו את היחס $\frac{DF}{AD}$.

ג. המשך AE חותך את DC בנקודה G .
(1) מצאו את היחס $\frac{AE}{EG}$.

(2) הוכיחו כי E נקודת מפגש התיכונים במשולש ACD .

ד. נסמן: $S_{\triangle DEF} = S$. הביעו באמצעות S את:

$S_{\triangle ADE}$ (1)

$S_{\triangle ADO}$ (2)

2.

המרובע $ABCD$ הוא מעוין. נתון כי E אמצע הקטע AO .

א. מצאו את היחס $\frac{AE}{EC}$.

ב. הנקודה F נמצאת על הצלע AD כך ש- $DF = 2AF$.

(1) הוכיחו כי $\triangle AEF \sim \triangle CED$.

(2) הוכיחו כי $\angle AEF = \angle CED$.

ג. EG הוא חוצה זווית במשולש DEF .

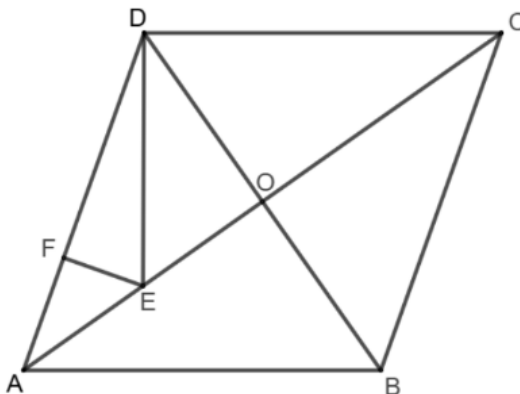
(1) הוכיחו כי $EG \parallel DO$.

(2) הוכיחו כי $AD = 6FG$.

ד. נסמן: $S_{\triangle EFG} = S$. הביעו באמצעות S את:

(1) שטח המשולש AEF .

(2) שטח המשולש CED .



3.

הקטע DC הוא תיכון במשולש ABD .

הנקודה E נמצאת על הקטע AD .

נתון כי $DE = 2AE$.

מהנקודה E העבירו מקביל ל- AB .

החותך את התיכון DC בנקודה G .

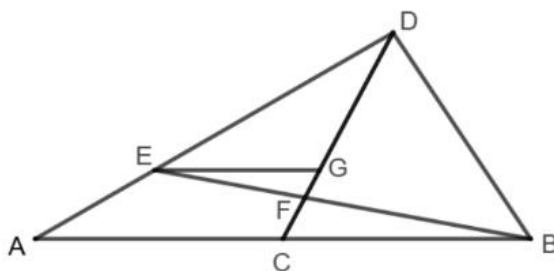
א. מצאו את היחס $\frac{EG}{AC}$.

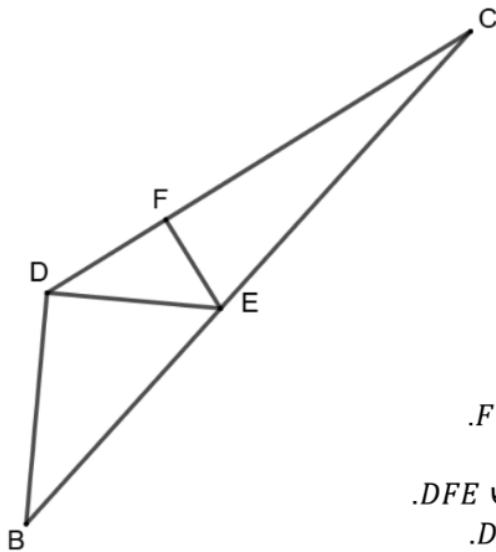
ב. הנקודה F היא נקודת החיתוך של

הקטעים DC ו- BE .

(1) מצאו את היחס $\frac{GF}{FC}$.

(2) מצאו את היחס $\frac{DF}{FC}$.





4. הנקודה E נמצאת על הצלע BC במשולש BCD.
נתון כי $\angle DBE = \angle CDE$.

א. הוכיחו כי $\triangle BCD \sim \triangle DCE$.

ב. נתון כי $\frac{BE}{CE} = \frac{7}{9}$.

(1) מצאו את היחס $\frac{CD}{CE}$.

(2) מצאו את היחס $\frac{BD}{DE}$.

נתון כי $\angle BDE = 90^\circ$.

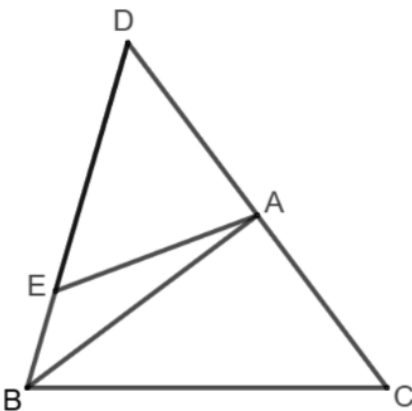
ג. מצאו את היחס בין $\frac{BD}{BE}$.

ד. מהנקודה E העבירו אנך ל-DC החותך אותו הנקודה F.

(1) הוכיחו כי $\triangle BDE \sim \triangle DFE$.

(2) מצאו את יחס הדמיון בין המשולש BDE למשולש DFE.

(3) מצאו באיזה יחס הנקודה F מחלקת את הצלע DC.



5. המשולש BCD שווה שוקיים ($BC = BD$).

הנקודות A ו-E נמצאות על הצלעות CD ו-BD בהתאמה.

נתון כי $AD = AE$.

א. הוכיחו כי $\triangle BCD \sim \triangle ADE$.

ב. נתון כי A אמצע CD ו- $\frac{BC}{AC} = \frac{5}{3}$.

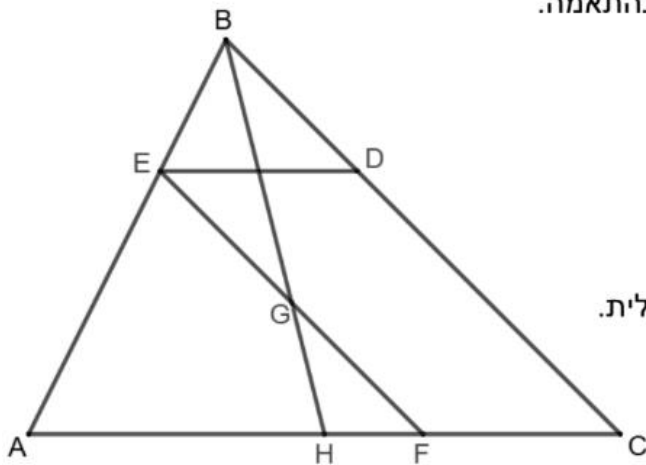
(1) מצאו את היחס $\frac{DE}{AC}$.

(2) מצאו את היחס $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABE}}$.

ג. האנך ל-BC מהנקודה C נפגש עם המשך BA בנקודה F.

(1) הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle ACF$.

(2) מצאו באיזה יחס הנקודה A מחלקת את הקטע BF.



6. נתון משולש ABC . הנקודות E ו- D נמצאות על הצלעות AB ו- BC , בהתאמה.

א. נתון כי $AE = 2BE$ ו- $BC = 3BD$.

(1) הוכיחו כי $ED \parallel AC$.

(2) חשבו את היחס $\frac{ED}{AC}$.

ב. מהנקודה E מעבירים מקביל ל- BC .

החותך את AC בנקודה F .

(1) הוכיחו כי המרובע $EDCF$ הוא מקבילית.

(2) חשבו את היחס $\frac{EF}{BD}$.

ג. הנקודה G היא אמצע הקטע EF ,

המשך BG חותך את AC בנקודה H .

(1) הוכיחו כי המרובע $BEGD$ הוא מקבילית.

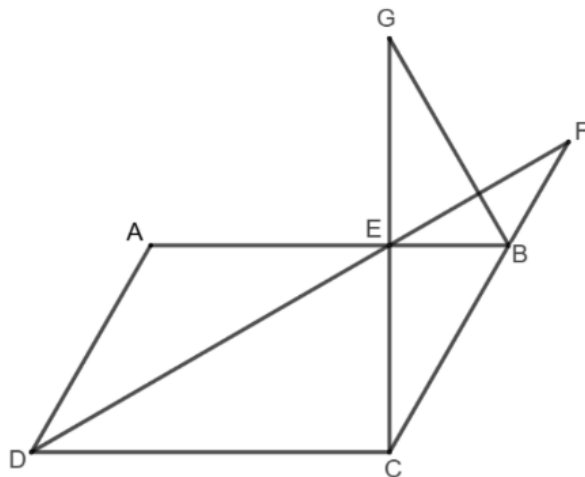
(2) הוכיחו כי $\triangle HGF \sim \triangle HBC$.

(3) הוכיחו כי $FC = 2HF$.

ד. נסמן: $S_{\triangle HGF} = S$.

(1) הביעו באמצעות S את שטח המשולש BCH .

(2) הביעו באמצעות S את שטח המשולש ABC .



7. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית, נתון כי $\angle C < 90^\circ$.

הנקודה E נמצאת על הצלע AB ,

והנקודה F נמצאת על המשך הצלע CB .

נתון כי $AE = AD$ ו- $BE = BF$.

א. נסמן: $\angle ADE = \alpha$.

(1) הביעו באמצעות α זווית $\angle ABF$.

(2) הוכיחו כי הנקודה E נמצאת על הקטע DF .

הנקודה G נמצאת על המשך CE , כך ש- $CE = EG$.

ב. נתון כי $BC = BG$.

(1) הוכיחו כי $\angle CEB = 90^\circ$.

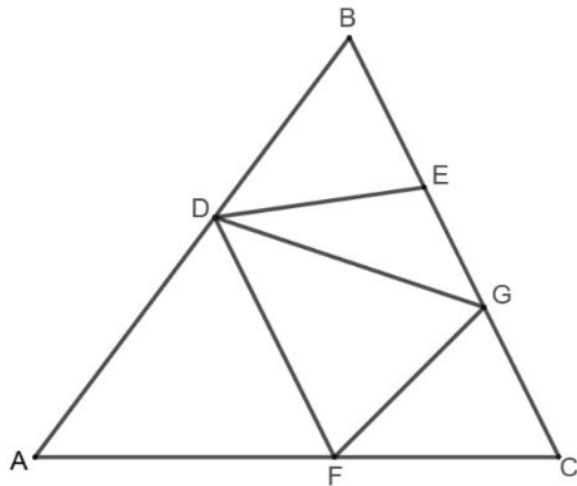
(2) הביעו באמצעות α את זווית $\angle BCE$.

נתון כי $DE = 2EF$.

ג. מצאו את α .

נסמן: $S_{\triangle BEF} = S$.

ד. הביעו באמצעות S את שטח המקבילית $ABCD$.



8. במשולש ABC הנקודות E ו- G נמצאות על הצלע BC , והנקודה D נמצאת על הצלע AB (כמתואר באיור).

א. נתון: $\angle DGB = \angle BDE$.

(1) הוכיחו כי $\triangle BDG \sim \triangle BED$.

(2) הוכיחו כי $BD^2 = BE \cdot BG$.

הנקודה F נמצאת על הצלע AC .

נתון כי $\angle GFC = \angle FEC$.

ב. הוכיחו כי $FC^2 = GC \cdot CE$.

נתון כי $GC = BE$.

ג. הוכיחו כי $BD = FC$.

נתון כי $AD = AF$.

ד. הוכיחו כי $DF \parallel BC$.

חלק ג' – גיאומטריה עם מעגל

1. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R .

הנקודות B ו- C נמצאות על המעגל.

המשיק למעגל בנקודה C והישר BO נפגשים בנקודה A .

הנקודה D היא נקודת המפגש של המעגל עם הקטע AO .

א. הוכיחו כי $\Delta ACD \sim \Delta ABC$.

ב. נתון כי $AD = \frac{18R}{7}$, הביעו באמצעות R את:

(1) אורך הקטע AB .

(2) אורך הקטע AC .

ג. מהנקודה D העבירו משיק למעגל החותך את AC בנקודה E .

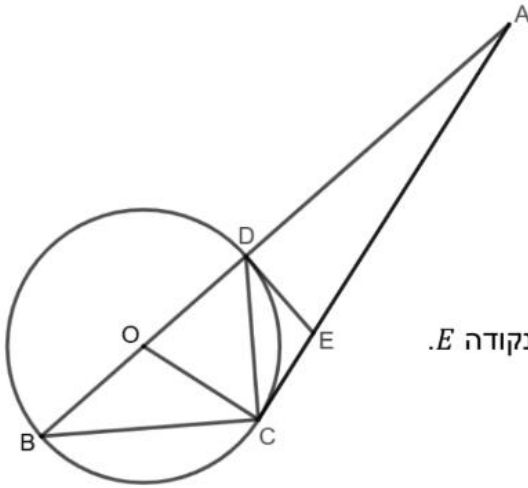
(1) הוכיחו כי $\Delta ADE \sim \Delta ACO$.

(2) הביעו באמצעות R את אורך הקטע CE .

ד. נתון כי $S_{\Delta CDE} = \frac{7}{5}$. מצאו את:

(1) שטח המשולש ADE .

(2) שטח המשולש ABC .



2. המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R .

נתון כי D אמצע הקשת $\widehat{BC}$.

א. הוכיחו כי $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DOC$.

נתון כי משולש ABC שווה שוקיים ($AB = AC$).

ב. הוכיחו כי $\Delta ABC \sim \Delta OCD$.

נתון כי $AC = \frac{8R}{5}$

ג. מצאו את היחס $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle OCD}}$.

ד. נתון כי $\angle ACD = 90^\circ$.

(1) הוכיחו כי הנקודות A , O ו- D נמצאות על אותו ישר.

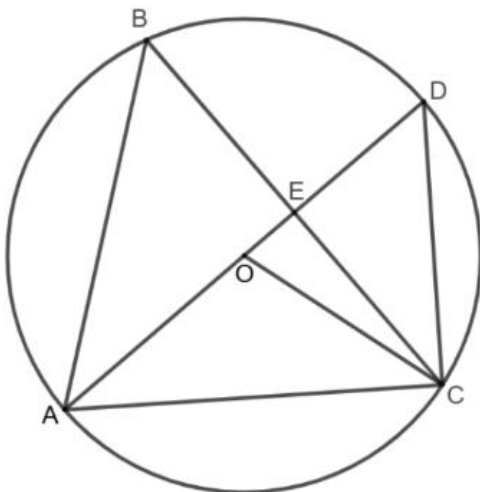
(2) הביעו באמצעות R את אורך המיתר CD .

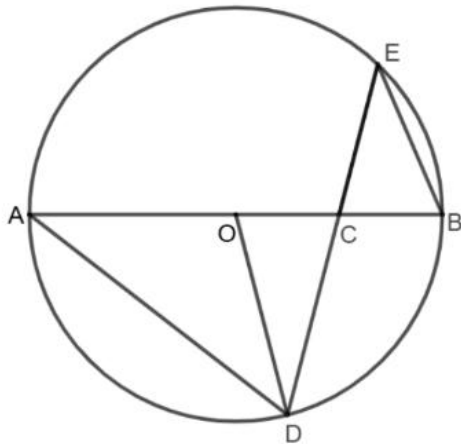
(3) הביעו באמצעות R את שטח המשולש ACD .

ה. נתון כי $S_{\Delta ABC} = 768$.

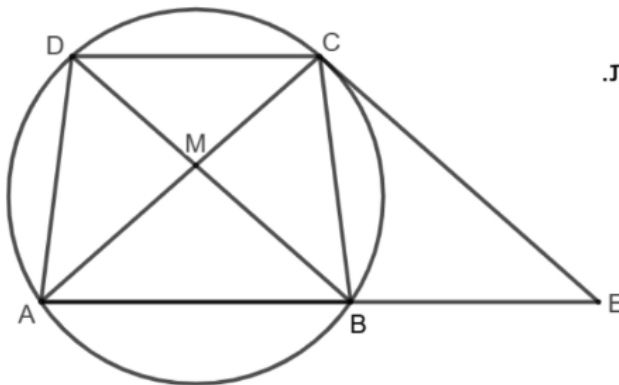
(1) מצאו את שטח המשולש ΔOCD .

(2) מצאו את R .

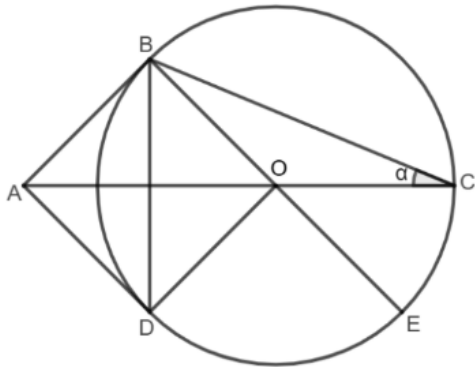




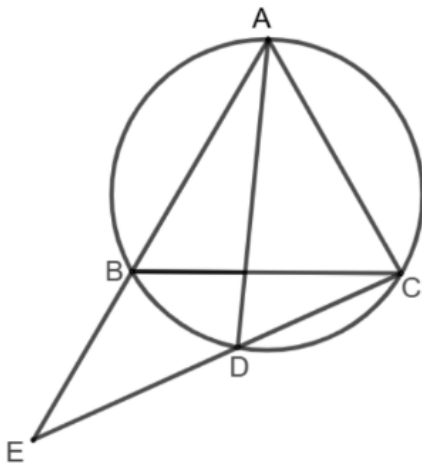
3. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו 4.
 הקוטר AB והמיתר DE נפגשים בנקודה C (כמתואר באיור).
 א. הוכיחו כי $\triangle ACD \sim \triangle ECB$.
 נתון כי C אמצע הרדיוס OB ו- $ED = 7$.
 ב. הוכיחו כי משולש OCD הוא משולש שווה שוקיים.
 ג. מנקודה D מורידים אנך ל- AB , החותך אותו בנקודה F .
 בסעיף זה תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.
 (1) מצאו את אורך האנך DF .
 (2) מצאו את אורך המיתר AD .
 (3) מצאו את אורך המיתר BE .



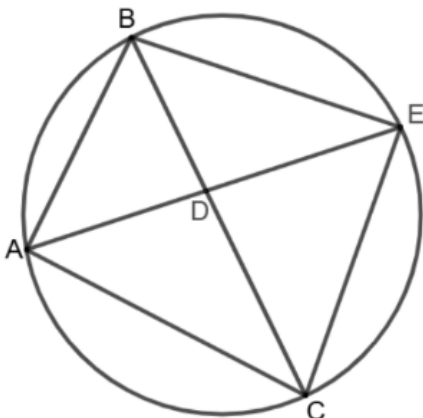
4. הטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) חסום במעגל.
 א. הוכיחו כי $AC = BD$.
 המשיק למעגל בנקודה C והמשך AB נפגשים בנקודה E .
 ב. נתון כי $BE = BC$.
 (1) הוכיחו כי $AC = CE$.
 (2) הוכיחו כי המרובע $BECD$ הוא מקבילית.
 אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה M .
 ג. הוכיחו כי $\triangle CDM \sim \triangle ECB$.
 ד. נתון כי $\frac{CE}{BE} = \frac{3}{2}$.
 (1) מצאו את היחס $\frac{CM}{CD}$.
 (2) מצאו את היחס $\frac{AB}{CD}$.
 ה. נסמן $S_{\triangle CDM} = S$.
 (1) הביעו באמצעות S את שטח המשולש BCE .
 (2) הביעו באמצעות S את שטח המשולש ACE .



5. המרובע $ABCD$ הוא דלתון.
 הנקודות B, C ו- D נמצאות על מעגל שמרכזו בנקודה O .
 AB ו- AD משיקים למעגל (כמתואר באיור).
 א. הוכיחו כי הנקודה O נמצאת על הקטע AC .
 נסמן: $\angle BCO = \alpha$.
 ב. הביעו באמצעות α את $\angle DBO$.
 ג. נתון כי $\widehat{DE} = 2\widehat{CE}$.
 (1) הוכיחו כי המרובע $ABOD$ הוא ריבוע.
 (2) הראו כי היחס בין שטח הריבוע $ABOD$ לשטח המשולש BCO הוא $2\sqrt{2}$.



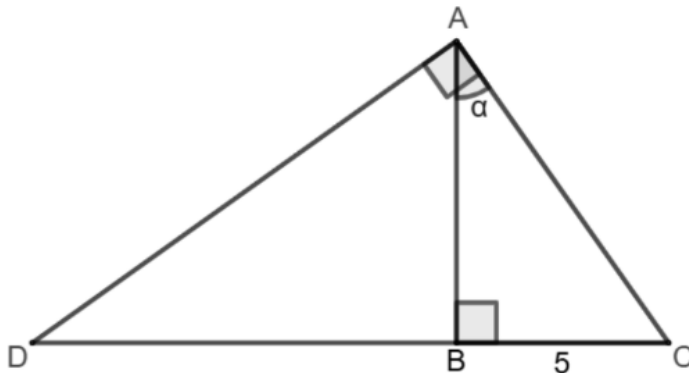
6. המשולש ABC הוא משולש שווה צלעות החסום במעגל.
 הנקודה D נמצאת על הקשת $\widehat{BC}$.
 המשכי הקטעים AB ו- CD נפגשים בנקודה E (כמתואר באיור).
 א. הוכיחו כי $\triangle ACD \sim \triangle ECA$.
 ב. נתון כי $AC = 3$ ו- $ED = 2.5$.
 (1) מצאו את אורך הקטע CD .
 (2) מצאו את היחס $\frac{AD}{AE}$.
 ג. נסמן: $S_{\triangle ACD} = S$.
 (1) הביעו באמצעות S את שטח המשולש ACE .
 (2) הביעו באמצעות S את שטח המשולש ADE .



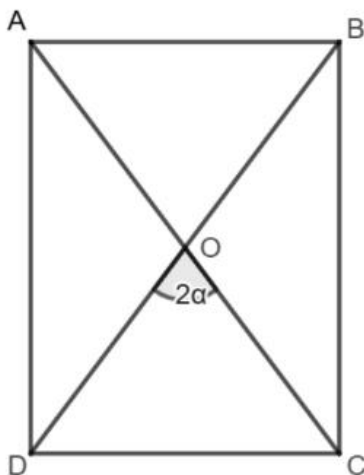
7. הקטע AD הוא חוצה זווית במשולש ABC החסום במעגל.
 המשך AD חותך את המעגל בנקודה E .
 א. הוכיחו כי $\triangle ABD \sim \triangle AEC$.
 ב. נתון כי $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$ ו- $\frac{BE}{BC} = \frac{5}{7}$.
 (1) מצאו את היחס $\frac{BD}{EC}$.
 (2) חשבו את היחס $\frac{AD}{DE}$.
 ג. נתון $S_{\triangle BDE} = 13$.
 (1) חשבו את שטח המשולש ADB .
 (2) חשבו את שטח המשולש ACD .
 (3) חשבו את היחס $\frac{BE}{AC}$. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.

חלק ד' – טריגונומטריה

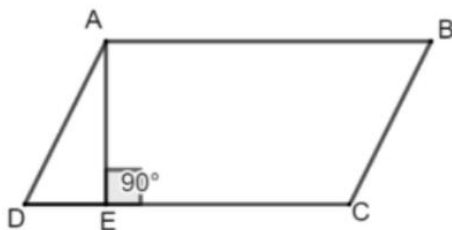
התרגילים הבאים כוללים שימוש בפונקציות טריגונומטריות במשולש ישר זווית בלבד ונוסחת שטח משולש.



1. המשולש ABC הוא ישר זווית $\angle B = 90^\circ$.
נתון כי $BC = 5$. נסמן: $\angle BAC = \alpha$.
א. הביעו את AB באמצעות α .
הנקודה D נמצאת על המשך CB .
ב. נתון כי $DA \perp AC$.
(1) הביעו את $\angle ADB$ באמצעות α .
(2) הביעו את DB באמצעות α .
נתון כי $DB = 10$.
ג. מצאו את α .



2. המרובע $ABCD$ הוא מלבן.
אלכסוני המלבן נפגשים בנקודה O .
נתון כי $\angle DOC = 2\alpha$.
א. הביעו באמצעות α את $\angle DBC$.
ב. נתון כי $DC = k$.
(1) הביעו באמצעות k ו- α את אורך האלכסון BD .
(2) הביעו באמצעות k ו- α את שטח המלבן $ABCD$.
ג. נתון כי $BD = \frac{5k}{3}$.
(1) מצאו את α .
(2) הביעו באמצעות k את שטח המלבן.



3. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית. נתון: $AB = 4$, ושטח המקבילית הוא 8.
מהנקודה A מורידים אנך לצלע DC ,
נסמן את נקודת החיתוך בין האנך לצלע DC ב- E .
א. חשבו את אורך הקטע AE .
ב. נתון: $DE = 1$.
(1) חשבו את גודל זוויות המקבילית.
(2) חשבו את אורך הצלע AD .
ג. חשבו את אורך האלכסון AC .
ד. חשבו את אורך האלכסון BD .

4. המשולש ABC שווה שוקיים. אורך הבסיס BC הוא 4.
הקטע AD הוא הגובה לבסיס במשולש ABC .

א. נתון: $\angle ACB = \alpha$.

(1) הביעו באמצעות α את אורך הגובה AD .

(2) הביעו באמצעות α את אורך השוק AC .

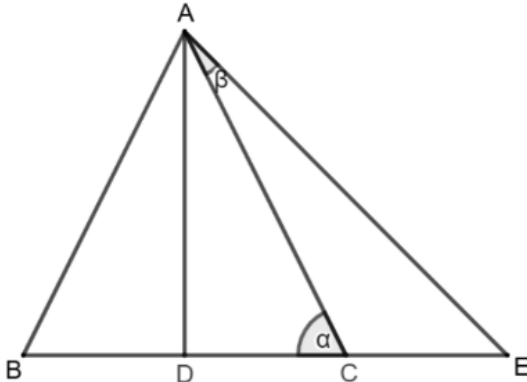
הנקודה E נמצאת על המשך BC .

ב. נתון כי $\angle CAE = \beta$.

(1) הביעו באמצעות α ו- β את זווית $\angle DAE$.

(2) הביעו באמצעות α ו- β את אורך הקטע CE .

ג. הביעו באמצעות α ו- β את היחס $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACE}}$.



5. נתון מלבן $ABCD$. הנקודה E נמצאת על הצלע AB ,

כך שמתקיים $EB = 3AE$.

אורך הצלע DC גדול פי 2 מאורך הצלע AD .

הנקודה F היא נקודת החיתוך של האלכסון AC והקטע DE .

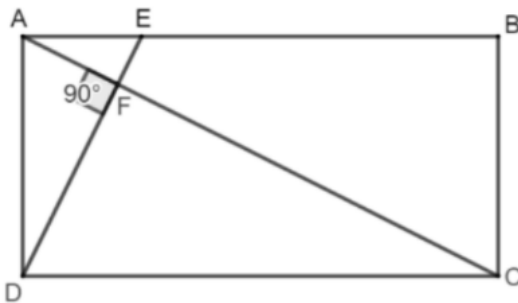
נתון: $AC \perp DE$.

א. מצאו את גודל הזווית $\angle DAF$.

ב. מצאו את היחס $\frac{FE}{AE}$.

נתון: $FE = \sqrt{5}$.

ג. מצאו את אורך הקטע FC .



6. המשולש ACD ישר זווית ($\angle C = 90^\circ$).

הנקודה B היא אמצע הניצב AC .

נתון: $AC = 6$ ו- $\angle BDC = \alpha$.

א. הביעו באמצעות α את אורך הקטע DB .

הנקודה E היא אמצע היתר AD .

הנקודה F היא נקודת המפגש של DB ו- CE .

ב. הביעו באמצעות α את אורך הקטע BF .

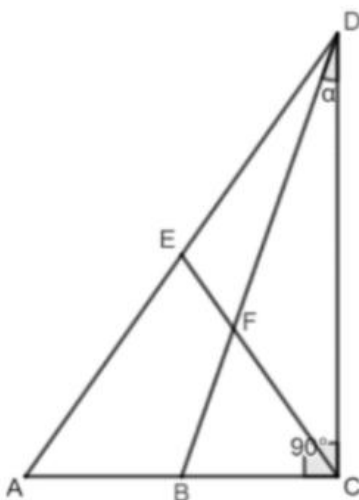
נתון: $BF = BC$.

ג. מצאו את α .

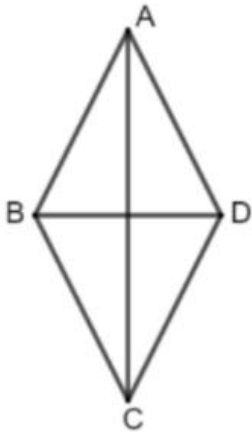
ד. מצאו את גודל זוויות המשולש BCF .

ה. מצאו את גודל זוויות המשולש ACD .

ו. מצאו את אורך היתר AD .



7. המרובע ABCD הוא מעוין. אורך צלע המעוין הוא a .



א. נסמן: $\angle BAC = \alpha$.

(1) הביעו את גודל זוויות המעוין ABCD באמצעות α .

(2) הביעו את גודל הזווית $\angle ABD$ באמצעות α .

ב. אורך צלע המעוין ABCD הוא a .

(1) הביעו באמצעות a ו- α את אורך אלכסוני המעוין ABCD.

(2) הביעו באמצעות a ו- α את שטח המעוין ABCD.

ג. הביעו באמצעות a ו- α את גובה המעוין ABCD.

8. המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ($AB \parallel DC$).

מהנקודה B הורידו גובה לטרפז שחותך את

הבסיס הגדול בנקודה E.

נתון: $\angle BCD = \alpha$ ו- $BC = a$.

א. הביעו את אורך גובה הטרפז (BE)

באמצעות a ו- α .

ב. נתון: $BD = b$.

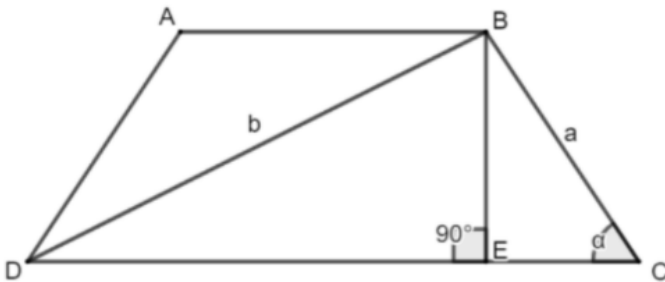
(1) הביעו באמצעות a , α ו- b את

אורך הקטע DE.

(2) הביעו באמצעות a , α ו- b את

אורך הבסיס DC.

ג. הביעו באמצעות a , α ו- b את שטח הטרפז ABCD.



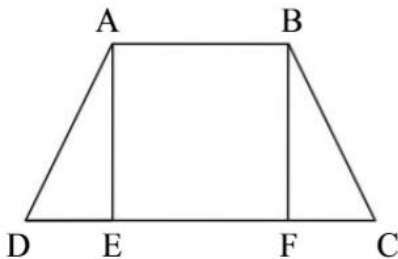
9. בטרפז שווה השוקיים ABCD הקטעים AE ו-BF הם גבהים

בטרפז. נתון ש-ABFE ריבוע. נסמן: $BC = m$, $\angle ADE = \alpha$.

א. הביעו באמצעות m ו- α את היקף ואת שטח הטרפז ABCD.

ב. נתון: היקף הריבוע ABFE הוא $2m\sqrt{3}$. מצאו את α .

ג. נתון: שטח הטרפז ABCD הוא 100 סמ"ר. מצאו את m .



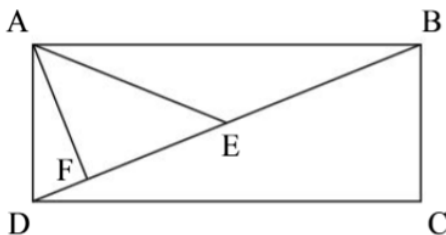
10. במלבן ABCD נתון: $AE = 4$ ס"מ, $AF \perp BD$.

נסמן: $\angle BAE = \alpha$. הקטע AE הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABF$.

א. הביעו באמצעות α את אורך:

1. הצלע AD 2. האלכסון BD

ב. נתון: $AE = DE$. חשבו את שטח המלבן ABCD.



תשובות סופיות

תשובות חלק א' – חשבון דיפרנציאלי

הערה: בתשובות הסופיות של פרק א' לא יופיעו הסרטטים. תוכלו לבדוק אם הסרטוט שלכם נכון באמצעות אתר גיאוגברה [בקישור זה](#), או באמצעות אתר DESMOS [בקישור זה](#).

1.

- א. כל x .
ה (1). $p = -2$.
ב. $(-2, 0)$, $(2, 0)$ ו- $(0, -16)$.
ה (2). $(0, 32)$.
ג. מינימום: $(1, -27)$.
ה (3). 81

2.

- א. $a = 4$.
ב. $(0, 0)$ ו- $(4, 0)$.
ג. $(4, 0)$ ו- $(1, -27)$.
ד. נקודת מינימום $(1, -27)$.

3.

- א. $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(7, 0)$, $(-7, 0)$, $(0, -49)$.
ב. מינימום: $(0, -49)$, מקסימום: $(5, 576)$, $(-5, 576)$.
ג. זוגית.
ד. $(2, 135)$, $(-2, 135)$, $(-6, 455)$ ו- $(6, 455)$.

4.

- א. $-\sqrt{6} \leq x \leq \sqrt{6}$. ג. $(-\sqrt{6}, 0)$, $(0, 0)$, $(\sqrt{6}, 0)$. ד. פנימיות: $\max(-2, 8)$, $\min(0, 0)$, $\max(2, 8)$.
בקצה התחום: $\min(\sqrt{6}, 0)$, $\min(-\sqrt{6}, 0)$.
ו. גרף I.

5.

- א. $a = 1$, $b = 5$. ב. 1. $x \leq 5$. 2. $(5, 0)$, $(0, 0)$.
3. פנימיות: $\min(0, 0)$, $\max(4, 16)$. קצה: $\min(5, 0)$.
4. עולה: $0 < x < 4$; יורדת: $4 < x < 5$ או $x < 0$.
ד. גרף III.

6.

- א. $a = 2$. ב. $x \leq -8$. 2. $(0, -5.66), (8, 0)$. 3. פנימית: $\min(-7, -9)$.
קצה: $\max(-8, -8)$. 4. עולה: $x < -7$; יורדת: $-8 < x < -7$.
ד. $8 \leq m < 9$.

7.

- א. $-\frac{1}{6} \leq x$. ז. כן
ב. $m = -8$.
ד. מקסימום קצה: $(-\frac{1}{6}, 0)$, מינימום: $(1, -7\sqrt{7})$.
ה. $(0, -8), (2, 0), (-\frac{1}{6}, 0)$.

8.

- א. זוגית.
ב. $-\sqrt{a} \leq x \leq \sqrt{a}$.
ג. $a = 42.25, b = -23.5$.
ד. חיוביות: $\sqrt{23.5} < x < 6.5$ או $-\sqrt{23.5} < x < -6.5$.
שליליות: $-\sqrt{23.5} < x < \sqrt{23.5}$.
ה. מינימום: $(0, -152.75)$, מינימום קצה: $(6.5, 0)$ ו- $(-6.5, 0)$.
מקסימום: $(6, 31.25)$ ו- $(-6, 31.25)$.

9.

- א. $m = 16$. ב. $x \leq 0$. 2. $(9, 0), (0, 2)$. 3. בקצה התחום בלבד: $\max(0, 2)$.
4. עולה: אף x ; יורדת: $x < 0$.
ד. $t = 9$.

10.

- א. זוגית. ב. 1. כל x . 2. $(-6, 0), (0, 9), (6, 0)$. 3. $\max(0, 9)$.
4. עולה: $x < 0$; יורדת: $0 < x$. 5. $y = -1$. ד. $c = 1$.

11.

- א. אי זוגית. ב. $x \neq 0$. ג. $(-3.46, 0), (3.46, 0)$. ד. $\max\left(-6, \frac{1}{9}\right), \min\left(6, -\frac{1}{9}\right)$.
 2. עולה: $x < -6$ או $6 < x$; יורדת: $0 < x < 6$ או $-6 < x < 0$.
 3. $k = 0, -\frac{1}{9}, \frac{1}{9}$. ד. $x = 0, y = 0$.
 2. חיוביות: $3.46 < x$ או $-3.46 < x < 0$; שליליות: $0 < x < 3.46$ או $x < -3.46$.

12.

- א. i. נכונה. ii. שגויה. iii. נכונה. iv. שגויה. v. נכונה. vi. שגויה. vii. נכונה.
 ב. גרף IV. ג. $p = 0, 1$. ד. $t = 1, -1$.

13.

- א. $a = 1, b = 4$. ב. 1. תחום ההגדרה: $x \neq 2$. ג. $(0, 0.25), (1, 0)$.
 3. $\min(1, 0)$. ד. $x = 2, y = 1$. גרף IV.

14.

- א. $x \neq -1, x \neq 1$. ח. $c = 1$.
 ב. אסימפטוטה אנכית: $x = 1$ ו- $x = -1$. ט. $b = 1$.
 ג. $(0, 0)$.
 ד. מינימום: $(0, 0)$.
 ה. עלייה: $0 < x < 1$, ירידה: $x < -1, 1 < x$.
 ו. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 2\right), \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 2\right)$.

15.

- א. $a = -5, b = 4$. ז. $k = 0$ ו- $k = \frac{3}{8}, k = -\frac{3}{8}, k = \frac{2\sqrt{3}}{9}, k = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$. (1) ז.
 ב. $x \neq 0, 2, -2$. (2) ז. $k < -\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ו- $\frac{2\sqrt{3}}{9} < k$.
 ג. אסימפטוטה אנכית $x = 0$ ואסימפטוטה אופקית $y = 0$. (3) ז. $0 < k < \frac{3}{8}, \frac{3}{8} < k < \frac{2\sqrt{3}}{9}$.
 ד. $(1, 0), (-1, 0)$.
 ה. מינימום: $(-\sqrt{3}, -\frac{2\sqrt{3}}{9})$, מקסימום: $(\sqrt{3}, \frac{2\sqrt{3}}{9})$.

תשובות חלק ב' – גיאומטריה ללא מעגל

1.

$$\text{א. } \frac{DE}{BE} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ב. } \frac{DF}{AD} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ג. } \frac{AE}{EG} = 2 \quad (1)$$

$$\text{ד. } S_{\triangle ADE} = 3S \quad (1)$$

$$\text{ד. } S_{\triangle ADO} = 4.5S \quad (2)$$

2.

$$\text{א. } \frac{AE}{EC} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ד. } S_{\triangle AEF} = 2S \quad 1.$$

$$\text{ד. } S_{\triangle CED} = 18S \quad 2.$$

3.

$$\text{א. } \frac{EG}{AC} = \frac{2}{3}$$

$$\text{ב. } \frac{GF}{FC} = \frac{2}{3} \quad 1.$$

$$\text{ב. } \frac{DF}{FC} = 4 \quad 2.$$

4.

$$\text{ב. } \frac{CD}{CE} = \frac{4}{3} \quad 1.$$

$$\text{ב. } \frac{BD}{DE} = \frac{4}{3} \quad 2.$$

$$\text{ג. } \frac{BD}{BE} = \frac{4}{5}$$

$$\text{ד. } \frac{5}{3} \quad 2.$$

$$\text{ד. } \frac{FC}{DF} = \frac{18}{7} \quad 3.$$

5.

$$\frac{DE}{AC} = \frac{6}{5} \quad \text{ב (1)}$$

$$\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABE}} = \frac{18}{7} \quad \text{ב (2)}$$

$$\frac{AF}{AB} = \frac{9}{16} \quad \text{ג (2)}$$

6.

$$\frac{ED}{AC} = \frac{1}{3} \quad \text{א (2)}$$

$$\frac{EF}{BD} = 2 \quad \text{ב (2)}$$

$$S_{\Delta BCH} = 9S \quad \text{ד (1)}$$

$$S_{\Delta ABC} = 18S \quad \text{ד (2)}$$

7.

$$180^\circ - 2\alpha \quad \text{א (1)}$$

$$90^\circ - 2\alpha \quad \text{ב (2)}$$

$$\alpha = 30^\circ \quad \text{ג}$$

$$12S \quad \text{ד}$$

8.

הוכחות

תשובות חלק ג' – גאומטריה עם מעגל

.1

$$\frac{32R}{7} \text{ ב (1)}$$

$$\frac{24R}{7} \text{ ב (2)}$$

$$\frac{3R}{4} \text{ ג (2)}$$

$$5 \text{ ד (1)}$$

$$\frac{80}{9} \text{ ד (2)}$$

.2

$$\frac{64}{25} \text{ ג}$$

$$\frac{6R}{5} \text{ ד (2)}$$

$$\frac{24R^2}{25} \text{ ד (3)}$$

$$300 \text{ ה (1)}$$

$$R = 25 \text{ ה (2)}$$

.3

$$\sqrt{15} \text{ ג (1)}$$

$$\sqrt{40} \text{ ג (2)}$$

$$\sqrt{10} \text{ ג (3)}$$

.4

$$\frac{2}{3} \text{ ד (1)}$$

$$\frac{5}{4} \text{ ד (2)}$$

$$\frac{9S}{4} \text{ ה (1)}$$

$$\frac{81S}{16} \text{ ה (2)}$$

.5

הוכחות

6.

ב (1). 2

ב (2). $\frac{2}{3}$

ג (1). $\frac{9S}{4}$

ג (2). $\frac{5S}{4}$

7.

ב (1). $\frac{3}{5}$

ב (2). $\frac{12}{13}$

ג (1). 12

ג (2). 16

ד. $\frac{\sqrt{13}}{4}$

תשובות חלק ד' – טריגונומטריה

1.

א. $\frac{5}{\tan \alpha}$

ב. (1) α

ב. (2) $\frac{5}{\tan^2 \alpha}$

ג. 35.26^0

2.

א. α

ב. (1) $\frac{k}{\sin \alpha}$

ב. (2) $\frac{k^2 \cdot \sin(2\alpha)}{2 \sin^2 \alpha}$

ג. (1) $\alpha = 36.87^0$

ג. (2) $\frac{4k^2}{3}$

3.

א. 2 ב. (1) $63.43^0, 63.43^0, 116.57^0$ ו- 116.57^0 ב. (2) 2.24 ג. 3.61 ד. 5.39

4.

א. (1) $AD = 2 \tan \alpha$

א. (2) $AC = \frac{2}{\cos \alpha}$

ב. (1) $90^0 + \beta - \alpha$

ב. (2) $CE = \frac{2 \tan \alpha - 2 \tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha - \beta)}$

ג. $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ACE}} = \frac{2 \tan(\alpha - \beta)}{\tan \alpha - \tan(\alpha - \beta)}$

5.

א. 63.43^0 ב. 0.447 ג. $8\sqrt{5} = 17.89$

6.

א. $\frac{3}{\sin \alpha}$ ב. $\frac{1}{\sin \alpha}$ ג. 19.48° ד. $54.74^\circ, 54.74^\circ, 70.52^\circ$ ה. $90^\circ, 35.26^\circ, 54.74^\circ$
10.39

7.

א. (1) $2\alpha, 2\alpha, 180^\circ - 2\alpha, 180^\circ - 2\alpha$ א. (2) $90^\circ - \alpha$
ב. (1) $2a \cos \alpha$ ב. (2) $2a \sin \alpha$ ג. $2a \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

8.

א. $a \cdot \sin \alpha$ ב. (1) $\sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 \alpha}$ ב. (2) $\sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 \alpha} + a \cos \alpha$
ג. $a \sin \alpha \cdot \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 \alpha}$

9.

היקפו: $2m \cdot (1 + \sin \alpha + \cos \alpha)$ ושטחו: $m^2 \cdot \sin \alpha \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)$ ב. $\alpha = 60^\circ$ ג. $m = 9.19$

10.

א. 1. $\frac{4 \cdot \cos \alpha}{\sin 2\alpha}$ א. $\frac{2}{\sin \alpha}$ 2. $\frac{4 \cdot \cos \alpha}{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha}$ א. $\frac{2}{\sin \alpha \cdot \cos 2\alpha}$ ב. 27.71 סמ"ר.

מקורות העבודה:

1. ד"ר אפי כהן
2. הוצאת ארכימדס
3. יואל גבע